

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2024 года, срок "бет"

Номер вопросника: 035472

Приложение: листы с формулами

для уровня в 4 единицы обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, 2024, מועד ב

מספר השאלון: 035472

נספח: דפי נוסחאות

ל-4 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

תוכנית חדשה

**Обратите внимание:** в этом вопроснике есть специальные инструкции.  
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

**שימו לב:** בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.  
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

## Математика

4 единицы обучения – второй вопросник

## מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

### Указания

а. Продолжительность экзамена: 2 часа 30 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.

Раздел первый – последовательности, векторы, рост и затухание

Раздел второй – дифференциальное и интегральное исчисление показательных и логарифмических функций

Вы должны ответить на три вопроса по своему выбору –  $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$  баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.

Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно.

Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.  
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

**Желаем успеха!**

**בהצלחה!**

### הוראות

א. משך הבחינה: שתיים וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – סדרות, וקטורים וגדילה ודעיכה

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם –

$3 \times 33\frac{1}{3} = 100$  נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון

שיש בו אפשרות תכנות. שימוש

במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה;

יש לסמן את מספרה בלבד.

2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת

מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות,

כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה

ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום

לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

## Вопросы

Ответьте на три из вопросов 1–5 (за каждый вопрос  $33\frac{1}{3}$  балла).

**Обратите внимание:** если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три ответа в вашей тетради.

### Раздел первый – последовательности, векторы, рост и затухание

1. Дана арифметическая прогрессия  $A$ , члены которой  $a_1, a_2, a_3 \dots$  и в которой 23 члена.

Дано:  $a_{12} = 7$ , разность этой прогрессии равна 5.

(**א**) Найдите  $a_1$ .

(**ב**) Найдите сумму членов этой прогрессии с нечетными номерами.

Дана арифметическая прогрессия  $B$ , члены которой  $b_1, b_2, b_3 \dots$  и в которой также 23 члена.

Первым членом прогрессии является 3.

Обозначим разность прогрессии  $B$  через  $d$ .

Из всех членов прогрессий  $A$  и  $B$  составляют новую арифметическую прогрессию, члены которой  $a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \dots$ .

(**א**) (1) Найдите первый член новой прогрессии.

(2) Выразите при помощи  $d$  разность новой прогрессии.

(3) Дано, что сумма всех членов новой прогрессии равна 3013.

Найдите  $d$ .

2. На чертеже справа изображена пирамида  $ABCDE$ ,

основание которой  $ABCD$  – квадрат.

Точка  $M$  – такая точка на стороне  $EC$ ,

что выполняется  $\overrightarrow{CM} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CE}$ .

$AE$  перпендикулярен основанию пирамиды.

Обозначим:  $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \underline{u}$ ,  $\overrightarrow{AE} = \underline{w}$ .

Дано:  $|\underline{w}| = |\underline{u}|$ .

(**א**) (1) Выразите векторы  $\overrightarrow{CE}$ ,  $\overrightarrow{AM}$

при помощи  $\underline{v}$ ,  $\underline{u}$  и  $\underline{w}$ .

(2) Докажите, что  $\overrightarrow{AM}$  перпендикулярен  $\overrightarrow{CE}$ .

Дано: длина стороны квадрата  $ABCD$  равна 6,  $A(0,0,0)$ ,

вершина  $B$  лежит на положительной части оси  $x$ ,

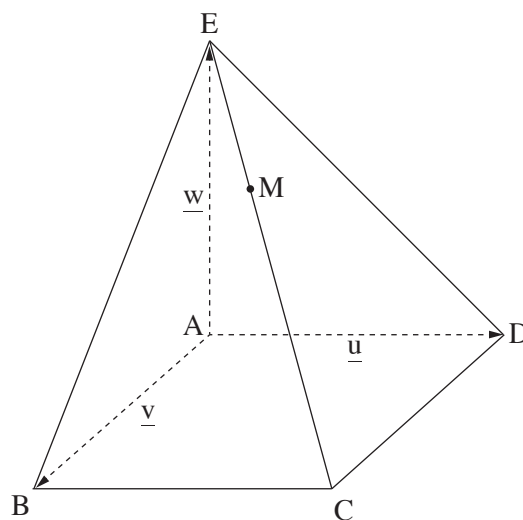
вершина  $D$  лежит на положительной части оси  $y$ ,

вершина  $E$  лежит на положительной части оси  $z$ .

(**ב**) (1) Найдите координаты вершин  $E$  и  $C$ .

(2) Найдите координаты точки  $M$ .

(**ג**) Найдите площадь треугольника  $AMC$ .



3. С начала 2018 года количество меда в некотором пчелином улье уменьшалось каждый месяц на постоянный процент.

Через 8 месяцев количество меда в этом улье составило 45% от количества меда в начале 2018 года.

- (а) Найдите, на сколько процентов уменьшалось количество меда каждый месяц.  
(б) Найдите, на сколько процентов уменьшилось количество меда в улье через 10 месяцев с начала 2018 года.  
(в) Найдите, через сколько месяцев с начала 2018 года количество меда уменьшилось на 33% по сравнению с началом этого года.

С начала 2019 года и далее количество меда в этом улье увеличивалось каждый месяц на постоянный процент.

В начале 2019 года в улье было  $k$  кг меда.

Функция  $f(t) = k \cdot (1.05)^t$  показывает количество меда в улье (в кг) как функцию времени (в месяцах).

В начале 2018 года в улье было 600 кг меда.

- (г) Найдите количество меда, которое было в улье в начале 2021 года.

## Раздел второй – дифференциальное и интегральное исчисление показательных и логарифмических функций

4. Дана функция  $f(x) = \frac{e^{(ax-1)}}{x^2}$ ,  $a$  – параметр.

- (א) (1) Найдите область определения функции  $f(x)$ .
- (2) Найдите уравнение асимптоты функции  $f(x)$ , перпендикулярной оси  $x$ .
- (3) Объясните, почему функция  $f(x)$  является положительной для любого  $x$  в области ее определения.

Дано: точка  $\left(-1, \frac{1}{e^3}\right)$  лежит на графике функции  $f(x)$ .

(ב) Найдите значение  $a$ .

Подставьте  $a = 2$  в функцию  $f(x)$  и ответьте на вопросы пунктов (ג)–(ד).

- (ג) (1) Найдите координаты точки экстремума функции  $f(x)$  и определите ее тип.
- (2) Начертите схематический график функции  $f(x)$ .

Дана функция  $g(x) = f(x) + k$ ,  $k$  – параметр.

Дано: у прямой  $y = -2e$  и у графика функции  $g(x)$  есть в точности две общие точки.

(ד) Найдите значение  $k$ .

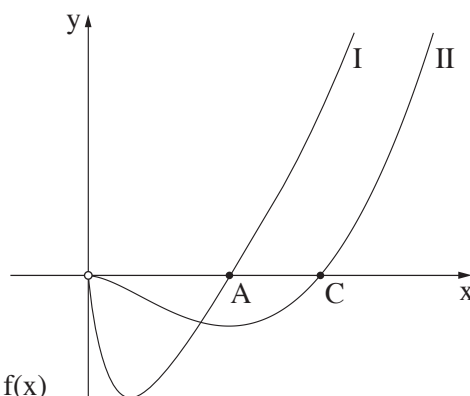
5. На чертеже справа изображены два графика, I и II.

Один из графиков соответствует функции  $f(x)$ ,  
а другой график соответствует производной  $f'(x)$ .

(א) Определите, какой из графиков I, II соответствует производной  $f'(x)$ . Обоснуйте свой ответ.

Дано:  $f(x) = x^2 \cdot (2\ln(x) - 1)$ .

- (ב) (1) Найдите область определения функции  $f(x)$ .
- (2) Найдите координаты точки экстремума функции  $f(x)$  и определите ее тип по графику.



Точка A – это точка пересечения графика I с осью  $x$ ,  
а точка C – это точка пересечения графика II с осью  $x$ .

(ג) Найдите длину отрезка AC.

Через точку C провели прямую, параллельную оси  $y$ .

(ד) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком I, данной прямой, параллельной оси  $y$ , и осью  $x$  (фигура в первом квадранте).

**Желаем успеха!**

Авторские права принадлежат Государству Израиль.  
Копировать или публиковать можно только  
с разрешения Министерства просвещения.

**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.  
אין להעתיק או לפרסם  
אלא ברשות משרד החינוך.